


باسمه تعالی

تاریخ آزمون:  تاریخ
نام درس: ریاضی پایه هشتم

نام و نام خانوادگی:

نام مدرسه:

حاصل عبارت زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید .

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \div \frac{8}{15} - (-1 - \frac{1}{7}) =$$

پاسخنامه تشریحی

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{15}{8} - (-1 - \frac{1}{7}) \\ \Rightarrow & \frac{3}{5} - \frac{3}{16} + \frac{8}{7} = \frac{48-15}{80} + \frac{8}{7} = \frac{33}{80} + \frac{8}{7} = \frac{231+640}{560} = \frac{871}{560} \end{aligned}$$

از مجموع دانش‌آموزان یک کلاس نصف آنها مشغول مطالعه‌ی ریاضی، یک چهارم مشغول مطالعه‌ی فیزیک، یک هفتم آنها مشغول مطالعه‌ی شیمی و سه نفر نیز غایب هستند . چند نفر در کلاس حضور دارند ؟

پاسخنامه تشریحی

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{14+7+4}{28} = \frac{25}{28}$$

در کلاس حضور دارند

$$1 - \frac{25}{28} = \frac{3}{28}$$

غائب

چون تعداد غائبین ۳ نفر است پس کل کلاس ۲۸ نفره بوده و ۲۵ نفر حاضرند

سه برابر مجموع دو عدد اول ۳۰۹ می‌باشد، تفاضل آن دو عدد چیست؟

پاسخنامه تشریحی

ابتدا عدد ۳۰۹ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم $309 \div 3 = 103$

$$\boxed{2} + \boxed{101} = 103$$

عدد اول - زوج
عدد اول - فرد

چون مجموع دو عدد اول، عددی فرد است پس یکی زوج و دیگری فرد است و چون تنها عدد اول زوج، ۲ می‌باشد پس:

$$\boxed{101 - 2 = 99}$$

اعداد ۱ تا ۱۰۰ را نوشته و با الگوریتم غربال، اعداد اول را جدا می‌کنیم. پنجاه و یکمین عددی که خط می‌خورد را بنویسید.
پاسخنامه تشریحی

اولین عدد خط خورده عدد ۱ می‌باشد و در مرحله بعد ۴۹ تا از مضارب ۲ خط می‌خورد پس در مجموع تا به این مرحله ۵۰ عدد خط خورده است.

حال به سراغ مضارب ۳ می‌رویم. عدد ۶ قبلا خط خورده است، پس عدد ۹، پنجاه و یکمین عددی است که خط می‌خورد.

نسبت پول علی به احمد ۳ به ۵ و نسبت پول احمد به حسین ۴ به ۷ است. اگر علی ۶۰۰۰۰ تومان پول داشته باشد، احمد و حسین هر کدام چقدر پول دارند؟

پاسخنامه تشریحی

$$\frac{\text{علی}}{\text{احمد}} = \frac{۳}{۵} \rightarrow \frac{۶۰۰۰۰}{\text{احمد}} = \frac{۳}{۵}$$

$$\rightarrow \text{احمد} = \frac{۶۰۰۰۰ \times ۵}{۳} = ۱۰۰۰۰۰$$

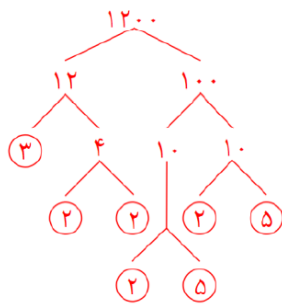
$$\frac{\text{احمد}}{\text{حسین}} = \frac{۴}{۷}$$

$$\rightarrow \text{حسین} = \frac{۷ \times \text{احمد}}{۴} = \frac{۷ \times ۱۰۰۰۰۰}{۴} = ۱۷۵۰۰۰$$

تعداد شمارنده‌های مرکب عدد ۱۲۰۰ را بدست آورید.

پاسخنامه تشریحی

ابتدا ۱۲۰۰ را تجزیه می‌کنیم



$$۱۲۰۰ = ۲^۴ \times ۵^۲ \times ۳$$

برای بدست آوردن تعداد کل شمارنده‌ها باید به توان‌ها یک واحد اضافه کرده و در هم ضرب کنیم:

$$\Rightarrow (۴+۱) \times (۲+۱) \times (۱+۱) = ۵ \times ۳ \times ۲ = ۳۰$$

عدد ۱ نه اول است و نه مرکب و تعداد شمارنده اول برابر ۳ است، پس داریم:

$$۳۰ - ۳ - ۱ = \boxed{۲۶}$$

تعداد شمارنده‌های مرکب برابر ۲۶ است

حاصل عبارات زیر را بدست آورید .

الف) $\frac{1}{1 \times 6} + \frac{1}{6 \times 11} + \frac{1}{11 \times 16} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$

پاسخنامه تشریحی

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{46} - \frac{1}{51} \right) = \frac{1}{5}$$

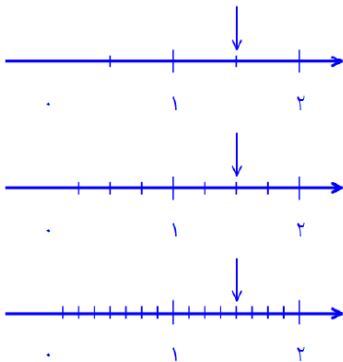
ب) $(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n})$

پاسخنامه تشریحی

$$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\dots\left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{2}{n}$$

با رسم محور، درستی تساوی عددی $\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6}$ را نشان دهید .

پاسخنامه تشریحی



اگر عددی مانند M از حاصلضرب دو عدد اول a و b تشکیل شده باشد و مجموع شمارنده های عدد M به جز خود M عدد 100 باشد، عدد M را به دست آورید .

پاسخنامه تشریحی

عددی که از حاصلضرب دو شمارنده ی اول درست شده، قطعاً چهار شمارنده دارد.

اگر جمع دو عدد اول فرد شده باشد، پس یکی از آنها زوج می باشد و تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است پس عدد دیگر ۹۷ است.

$$D_M = \{1, a, b, M\}$$

$$1 + a + b = 100$$

$$a + b = 100 - 1 = 99$$

$$a = 2, \quad b = 97$$

$$\Rightarrow \boxed{M = a \times b = 2 \times 97 = 194}$$

عددی دارای ۱۸ مقسوم علیه می باشد . مربع این عدد حداکثر چند مقسوم علیه می تواند داشته باشد؟

پاسخنامه تشریحی

$$A = p_1^a \times p_2^b \times p_3^c \times \dots \longrightarrow T_A = (a+1)(b+1)(c+1) \times \dots$$

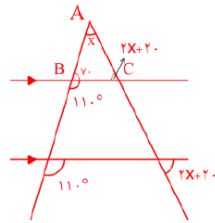
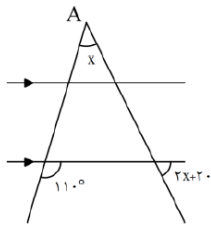
$$1 \Rightarrow 18 = 1 \times 18 \rightarrow (a+1)(b+1) = 18 \rightarrow a = 0, b = 17 \rightarrow A = p^{17} \rightarrow A^r = p^{rf} \rightarrow 35 \text{ مقسوم علیه}$$

$$2 \Rightarrow 18 = 2 \times 9 \rightarrow (a+1)(b+1) = 18 \rightarrow a = 1, b = 8 \rightarrow A = p_1^1 \times p_2^8 \rightarrow A^r = p_1^r \times p_2^{rf} \rightarrow 3 \times 17 \rightarrow 51 \text{ مقسوم علیه}$$

$$3 \Rightarrow 18 = 3 \times 6 \rightarrow a = 2, b = 5 \rightarrow A = p_1^2 \times p_2^5 \rightarrow A^r = p_1^r \times p_2^{rf} \rightarrow 4 \times 11 \rightarrow 44 \text{ مقسوم علیه}$$

$$4 \Rightarrow 18 = 2 \times 3 \times 3 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 2 \rightarrow A = p_1^1 \times p_2^2 \times p_3^2 \rightarrow A^r = p_1^r \times p_2^{rf} \times p_3^{rf} \rightarrow 3 \times 5 \times 5 \rightarrow 75 \text{ مقسوم علیه}$$

حداکثر تعداد مقسوم علیه ۷۵ است.



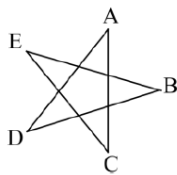
$$x + 2x + 20 + 70 = 180 \quad \text{مجموع زوایای مثلث ABC} :$$

$$3x = 90$$

$$\boxed{x = 30}$$

مقدار X را بدست آورید.

پاسخنامه تشریحی

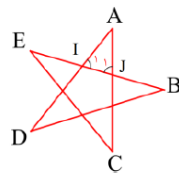


در شکل رسم شده مجموع زاویه‌های $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$ چند درجه است؟

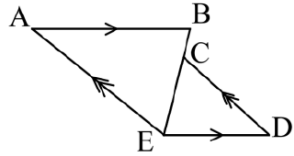
پاسخنامه تشریحی

$$J_1 = E + C = EJC \text{ زاویه خارجی در}$$

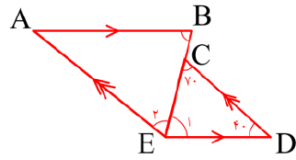
$$I_1 = B + D = IDB \text{ زاویه خارجی در}$$



$$A + \hat{I}_1 + J_1 = 180 \Rightarrow A + B + D + E + C = 180 \quad \text{در مثلث } \triangle AIJ$$



در شکل زیر اگر $ED = DC, \angle D = 40^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی $\angle ABE$ چند درجه است؟

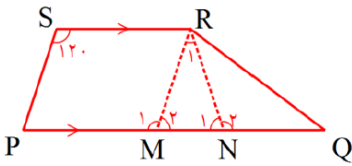


پاسخنامه تشریحی

$\triangle ECD$ متساوی الساقین $\leftarrow C = E_1 = 70^\circ$

و BE مورب $\leftarrow ABE = E_1 = 70^\circ$

در دوزنقه‌ی PQRS ضلع‌های PQ و SR موازی هستند. اندازه زاویه RSP مساوی 120° درجه و $RS = SP = \frac{1}{3}PQ$ است،



اندازه زاویه $\angle PQR$ چند است؟

پاسخنامه تشریحی

ابتدا باید شکل را به درستی رسم کنیم.

SRMP متوازی الاضلاع است، بنابراین $M_1 = 120^\circ$ و $M_2 = 60^\circ$.

$\overline{MN} = \overline{MR}$ و $N_1 = R_1 = 60^\circ \Rightarrow M_2 = 60^\circ$

بنابراین $N_2 = 120^\circ$ و $\triangle NQR$ متساوی الساقین است. پس $PQR = 30^\circ$